



Universidad
de Alcalá

GUÍA DOCENTE

Álgebra Lineal y Ecuaciones Diferenciales

Grado en
Ingeniería en Electrónica y Automática Industrial

Universidad de Alcalá

Curso Académico 2022/2023

1^{er} Curso - 1^{er} Cuatrimestre

GUÍA DOCENTE

Nombre de la asignatura:	Álgebra Lineal y Ecuaciones Diferenciales
Código:	600000
Titulación en la que se imparte:	Grado en Ingeniería en Electrónica y Automática Industrial
Departamento y Área de Conocimiento:	Física y Matemáticas Matemática aplicada
Carácter:	Básica
Créditos ECTS:	6.0
Curso y cuatrimestre:	1^{er} Curso, 1^{er} Cuatrimestre
Profesorado:	Por definir
Horario de Tutoría:	Consultar al comienzo de la asignatura
Idioma en el que se imparte:	Español

1a. PRESENTACIÓN

La asignatura de Álgebra Lineal y Ecuaciones Diferenciales es de carácter básico, se imparte en el primer cuatrimestre del grado y tiene asignados 6 créditos ECTS. Cabe asimismo señalar que esta asignatura se complementa, durante el primer cuatrimestre, con la asignatura de Cálculo I (6 créditos ECTS) y se amplía, durante el segundo cuatrimestre con la asignatura de Cálculo II (6 créditos ECTS). Finaliza la formación matemática básica con la asignatura de Estadística (6 créditos ECTS) que se imparte en segundo curso.

El objetivo principal de este conjunto de asignaturas es proporcionar al actual alumno y futuro profesional, la formación matemática básica que le permita entender y analizar los modelos matemáticos que puedan aparecer en las distintas materias del grado, así como facilitarle herramientas conceptuales y algorítmicas para poder resolver los problemas que habitualmente se le presentan.

Dentro de este marco temático, y de forma más precisa, en la asignatura de Álgebra Lineal y Ecuaciones Diferenciales se pretende:

- Familiarizar al alumno con el uso correcto del lenguaje y razonamiento matemático, fomentando el rigor, el orden, la claridad y la capacidad de síntesis.
- Facilitar al alumno las técnicas matemáticas (propias de la asignatura) necesarias para afrontar el resto de las disciplinas del grado que lo requieran.
- Dotar al alumno de un conjunto de conocimientos matemáticos que, complementados con los de las otras asignaturas de carácter matemático, le permitan describir un problema técnico en términos matemáticos y resolverlo, así como la capacidad de interpretar y analizar los resultados.

La asignatura se estructura en dos bloques conceptuales que se interrelacionan y conectan a lo largo de su desarrollo: el álgebra lineal y las ecuaciones diferenciales ordinarias lineales. La asignatura arranca estableciendo el contexto algebraico básico de la asignatura (los espacios vectoriales) así como las propiedades fundamentales. En una segunda etapa, se realiza la primera incursión al problema de la resolución de las ecuaciones diferenciales. Para ello, se comienza con una breve introducción al problema; obsérvese que desde la asignatura de Cálculo I se habrán recordado aspectos preliminares básicos del cálculo diferencial e integral. A continuación, se presentarán, estudiarán y analizarán las ecuaciones diferenciales ordinarias lineales haciendo especial énfasis sobre la estructura vectorial del espacio de soluciones en el caso homogéneo. En una tercera fase, se retorna al contexto algebraico, se introduce la noción de homomorfismo (en este punto, se comentarán brevemente las futuras conexiones con la asignatura de Cálculo II). Seguidamente, la materia se centra en el caso finito dimensional dando entrada a la representación matricial del homomorfismo y, añadidamente, a la clase de equivalencia de semejanza. Aparecerá así de forma natural la cuestión de buscar representantes matriciales (canónicos) especialmente sencillos, dando así entrada al problema de la diagonalización matricial, etc. Otros aspectos matriciales relacionados con la teoría espectral real podrán ser contemplados. En la última parte de la asignatura se regresará al contexto diferencial, donde se presentarán, estudiarán y analizarán los sistemas de ecuaciones diferenciales ordinarias lineales utilizando los procesos matriciales de diagonalización, etc, ya estudiados.

Como comentario final cabe indicar que, en función de los tiempos, se podrán incluir una breve introducción a los espacios euclídeos (véase epígrafes en Tema 6).

[Prerrequisitos y Recomendaciones \(si es pertinente\)](#)

No hay ningún tipo de prerrequisito ni recomendación para poder cursar esta asignatura.

1b. COURSE SUMMARY

Linear Algebra and Differential Equations is a basic subject. It is taught in the first semester of the degree

and has assigned 6 ECTS credits. It should also be noted that this subject is complemented both, during the first and second semester, with the other subjects, with mathematical content, such as Calculus I (6 ECTS), and Calculus II (6 ECTS). Basic mathematical training ends with the subject of Statistics (6 ECTS credits) taught in the second year (third semester).

The main goal of this set of courses is to provide the current students and future professionals, the basic mathematical training to enable them to understand and analyze mathematical models that may appear in different subjects of the degree, as well as providing conceptual and algorithmic tools to solve the problems, of mathematical nature, appearing during their studies.

Within this thematic framework, the basic goals of the course of Linear Algebra and Differential Equations are:

- To familiarize students with the correct use of language and mathematical reasoning, encouraging rigor, order, simplicity and synthesis capacity.
- Provide students with the mathematical techniques (specific to the subject) needed to meet the other disciplines of the degree.
- To provide students with a set of mathematical knowledge which, complemented by those of the other subjects of mathematical character, allow them to describe a technical problem in mathematical terms and solve it, as well as the ability to interpret and analyze the results.

The course is structured into two conceptual blocks that are interrelated and connected along their development: linear algebra and linear ordinary differential equations. The course starts by setting the basic algebraic context of the subject (vector spaces) as well as their fundamental properties. In a second stage, we provide the first approach to the problem of solving differential equations. We start with a brief introduction to the problem; note that, in the subject of Calculus I, some preliminary basic aspects of differential and integral calculus are recalled. Then we present, examine, and analyze the linear ordinary differential equations with special emphasis on vector structure of the solution space in the homogeneous case. In a third phase, we return to the algebraic context, and the notion of homomorphism is introduced (at this point, we comment some future connections to the subject Calculus II). Next, the subject focuses on the finite dimensional case, in the matrix representation of a homomorphism and the equivalence class of similarity. The question of search simple matrix representatives (canonical) appears naturally, and gives rise to the problem of matrix diagonalization, etc. Some aspects related with the real spectral theory are also studied. In the last part of the course we come back to the differential framework, presenting, studying and analyzing systems of linear ordinary differential equations using those matrix diagonalization processes, etc, already studied

As a final comment we indicate that, depending on the remaining time, it may be included a brief introduction to Euclidean spaces (see chapter 6).

Prerequisites and Recommendations (if applicable)

There is no prerequisite or recommendation to take this course.

2. COMPETENCIAS

Competencias básicas, generales y transversales.

Esta asignatura contribuye a adquirir las siguientes competencias básicas, generales y transversales definidas en el apartado 3 del Anexo de la Orden CIN/351/2009:

TR2 - Conocimiento en materias básicas y tecnológicas, que les capacite para el aprendizaje de nuevos métodos y teorías, y les dote de versatilidad para adaptarse a nuevas situaciones.

TR3 - Capacidad de resolver problemas con iniciativa, toma de decisiones, creatividad, razonamiento crítico y de comunicar y transmitir conocimientos, habilidades y destrezas en el campo de la Ingeniería Industrial.

TR4 - Conocimientos para la realización de mediciones, cálculos, valoraciones, tasaciones, peritaciones, estudios, informes, planes de labores y otros trabajos análogos.

TR9 - Capacidad de trabajar en un entorno multilingüe y multidisciplinar.

TRU1 - Capacidad de análisis y síntesis.

TRU2 - Comunicación oral y escrita.

TRU3 - Capacidad de gestión de la información.

TRU4 - Capacidad de aprendizaje autónomo.

TRU5 - Capacidad para trabajar en equipo.

Competencias de Carácter Profesional

Esta asignatura proporciona la(s) siguiente(s) competencia(s) de carácter profesional definida(s) en el apartado 5 del Anexo de la Orden CIN/351/2009:

CB1 - Capacidad para la resolución de los problemas matemáticos que puedan plantearse en la ingeniería. Aptitud para aplicar los conocimientos sobre: álgebra lineal; geometría; geometría diferencial; cálculo diferencial e integral; ecuaciones diferenciales y en derivadas parciales; métodos numéricos; algorítmica numérica; estadística y optimización.

Resultados del Aprendizaje:

Al terminar con éxito esta asignatura/enseñanza, los estudiantes serán capaces de:

RAM1. Manejar la teoría y algoritmos básicos de manipulación matricial.

RAM2. Manejar las estructuras algebraicas básicas propias del álgebra lineal.

RAM3. Manejar los conceptos preliminares básicos sobre ecuaciones diferenciales.

RAM4. Explicar la estructura lineal de las soluciones de las ecuaciones y los sistemas de ecuaciones diferenciales lineales.

RAM5. Manejar la noción de aplicación lineal, sus propiedades fundamentales y su representación, en el caso finito dimensional, matricial.

RAM6. Resolver y analizar las soluciones de ecuaciones diferenciales lineales y de sistemas de ecuaciones diferenciales lineales.

RAM7. Aplicar los conocimientos adquiridos en la resolución de problemas matemáticos.

RAM10. Distinguir entre demostraciones rigurosas y argumentos plausibles y desarrollar ambos.

3. CONTENIDOS

Los contenidos de la asignatura son los siguientes

TEMA 1: Preliminares de cálculo matricial.

Conceptos y propiedades elementales. Matrices especiales. Cálculo de determinantes. Rango de una matriz. Determinantes y matrices inversas. Resolución de sistemas de ecuaciones lineales.

TEMA 2: Espacios vectoriales.

Definición, propiedades y ejemplos básicos. Subespacios vectoriales: definición, propiedades y operaciones. Combinaciones lineales. Sistema generador. Dependencia e independencia lineal. El *Wronskiano*. Espacios vectoriales de tipo finito. Bases y dimensión. Coordenadas de un vector.

Cambio de base.

TEMA 3: Ecuaciones diferenciales lineales de orden n.

Introducción al problema y teoría básica. Ecuación lineal homogénea: estructura vectorial del espacio de soluciones. Ecuación lineal no homogénea. Solución general.

TEMA 4: Ecuaciones diferenciales lineales de orden n con coeficientes constantes.

Resolución de la ecuación lineal homogénea con coeficientes constantes. Ecuación lineal con coeficientes constantes: métodos de resolución. Aplicaciones.

TEMA 5: Aplicaciones lineales.

Definición y propiedades. Núcleo e imagen de una aplicación lineal. Caracterización de la inyectividad y suprayectividad. Representación matricial y cambio de base. Dimensión del núcleo y de la imagen.

TEMA 6: Diagonalización de endomorfismos.

Planteamiento del problema. Versión matricial. Autovectores, autovalores y autoespacios. Caracterización mediante autovectores. Polinomio característico. Teorema de diagonalización. Teorema espectral (versión real). Conexión con espacios euclídeos. Diagonalización mediante transformaciones ortogonales. Introducción al caso general.

TEMA 7: Sistemas de ecuaciones diferenciales lineales.

Introducción al problema y teoría básica. Sistemas homogéneos: estructura vectorial del espacio de soluciones. Matrices fundamentales. Sistemas lineales no homogéneos.

TEMA 8: Sistemas de ecuaciones diferenciales lineales con coeficientes constantes.

Resolución del caso diagonalizable. Sistemas planos: resolución, interpretación geométrica (trayectorias y diagramas de fases) y aplicaciones. Introducción al caso general.

Bloques de contenido (se pueden especificar los temas si se considera necesario)	Total de clases, créditos u horas
TEMAS 1 Y 2	<ul style="list-style-type: none"> • 15 horas
TEMAS 3 y 4	<ul style="list-style-type: none"> • 14 horas
TEMAS 5 y 6	<ul style="list-style-type: none"> • 14 horas
TEMAS 7 Y 8	<ul style="list-style-type: none"> • 15 horas

4. METODOLOGÍAS DE ENSEÑANZA APRENDIZAJE. ACTIVIDADES FORMATIVAS

4.1. Distribución de créditos (especificar en horas)

Número de horas presenciales:	58 horas (56 horas de clase presencial +2 horas de evaluación)
Número de horas del trabajo propio del estudiante:	92 (Incluye horas de estudio, elaboración de actividades, preparación de exámenes)
Total horas	150

4.2. Estrategias metodológicas, materiales y recursos didácticos

ESTRATEGIAS METODOLÓGICAS: CLASES PRESENCIALES	<ul style="list-style-type: none"> • Clases magistrales, en las que el profesor explica y orienta sobre los contenidos del programa, para que el alumno trabaje, comprenda los conocimientos básicos de la asignatura. • Clases prácticas, donde se desarrollan y aplican, los conocimientos teóricos adquiridos, a través de la resolución de problemas y casos prácticos.
ESTRATEGIAS METODOLÓGICAS: TUTORIAS	<ul style="list-style-type: none"> • Atención individual y colectiva al estudiante en las tutorías, para orientarle en su estudio.
MATERIALES Y RECURSOS DIDÁCTICOS	<ul style="list-style-type: none"> • Material docente de la asignatura disponible en la página web de la asignatura (plataforma blackboard). • Software matemático (Maple, etc). • Pizarra y/o cañón de video. • Libros de Material docente impreso. Vídeos.

5. EVALUACIÓN: Procedimientos, criterios de evaluación y calificación

Preferentemente se ofrecerá a los alumnos un sistema de evaluación continua que tenga características de evaluación formativa de manera que sirva de realimentación en el proceso de enseñanza-aprendizaje por parte del alumno.

5.1. PROCEDIMIENTOS

La evaluación debe estar inspirada en los criterios de evaluación continua (Normativa de Evaluación de los Aprendizajes, NEA, art 3). No obstante, respetando la normativa de la Universidad de Alcalá se pone a disposición del alumno un proceso alternativo de evaluación final de acuerdo a la [Normativa de](#)

[Evaluación de los Aprendizajes](#) (modificada por última vez en Consejo de Gobierno de 31 de octubre de 2019) según lo indicado en su Artículo 10, los alumnos tendrán un plazo de quince días desde el inicio del curso para solicitar por escrito al Director de la Escuela Politécnica Superior su intención de acogerse al modelo de evaluación no continua aduciendo las razones que estimen convenientes. La evaluación del proceso de aprendizaje de todos los alumnos que no cursen solicitud al respecto o vean denegada la misma se realizará, por defecto, de acuerdo al modelo de evaluación continua. El estudiante dispone de dos convocatorias para superar la asignatura, una ordinaria y otra extraordinaria.

En el caso de que, finalmente, se acoja a la evaluación final, el estudiante deberá notificárselo por escrito al profesor de la asignatura, a la mayor brevedad posible, durante las dos semanas posteriores al vencimiento de los plazos de resolución arriba indicados.

Los estudiantes que hayan seguido la evaluación continua y no la hayan superado, no podrán acogerse a esta evaluación final de la convocatoria ordinaria.

5.2. EVALUACIÓN

Criterios de Evaluación

Los Criterios de Evaluación deben atender al grado de adquisición de las competencias por parte del estudiante. Para ello se definen los siguientes.

- CE1. Asistencia y participación activa en los debates o discusiones que se planteen en el aula.
- CE2. Precisión y utilización del formalismo del lenguaje matemático, el dominio de las ideas básicas, el conocimiento de los resultados fundamentales.
- CE3. Capacidad de resolver problemas concretos de la asignatura, así como de extrapolar los conocimientos adquiridos a otras cuestiones relacionadas con el resto de asignaturas del grado y de su futura actividad profesional, etc.

Instrumentos de Evaluación.

Esta sección especifica los instrumentos de evaluación que serán aplicados a cada uno de los criterios de Evaluación.

- Pruebas cortas de comprensión (Actividad-1; PC1,PC2,PC3,PC4): se realizarán varias pruebas cortas de evaluación. Serán de tipo test o de elegir la respuesta correcta de entre varias opciones. Se tratará de realizar una cada dos temas (o agrupando los temas que el profesor considere en cada momento), y se indicarán por PC1, PC2, PC3 y PC4. También en esta actividad se podrá tener en cuenta la asistencia del estudiante a clase, así como su participación en los debates o actividades que se planteen en el aula.
- Pruebas de evaluación parcial (Actividad-2 (PEP1) y Actividad-3 (PEP2)). Se realizarán dos pruebas de evaluación parcial consistentes en la resolución de problemas de carácter práctico y/o teórico relacionados con la correspondiente parte del programa. La prueba PEP1 se realizará, aproximadamente, en las semanas intermedias del curso y abarcará, si es posible, los cuatro primeros temas del programa. La segunda prueba, PEP2, incluirá el resto de temas y se realizará en la fecha reservada para la convocatoria ordinaria.
- Pruebas de examen final (PEF). Resolución de problemas de carácter práctico y/o teórico. La PEF consistirá en dos partes; la primera se corresponderá con los contenidos ya evaluados en la prueba PEP1 (y, si fuese el caso, podrá volverse a recuperar o presentarse a subir nota) y la segunda, consistirá en la prueba de evaluación PEP2.

Criterios de Calificación

Esta sección cuantifica los criterios de evaluación para la superación de la asignatura.

CONVOCATORIA ORDINARIA (EVALUACIÓN CONTINUA):

En la convocatoria ordinaria/evaluación continua la relación entre los criterios, instrumentos y calificación es la siguiente.

TABLA-1				
Competencia	Resultado Aprendizaje	Criterio de Evaluación	Instrumento de Evaluación	Peso en la calificación
TR2,TR3,TR4 TR9,CB1	RAM1,RAM2,RAM3, RAM4,RAM5,RAM6, RAM7,RAM10	CE1,CE2,CE3	PC1,PC2,PC3,PC4	20
TR2,TR3,TR4 CB1	RAM1,RAM2,RAM3, RAM4,RAM6,RAM7, RAM10	CE2,CE3	PEP1	40
TR2,TR3,TR4 CB1	RAM1,RAM2,RAM3, RAM4,RAM5,RAM6, RAM10	CE2,CE3	PEF Y PEP2 Véase observación 3 abajo	40

Observaciones.

- Las calificaciones conseguidas en los apartados arriba comentados (pruebas cortas y pruebas parciales escritas) serán ponderadas según el peso indicado y sumadas, dando como resultado una nota global comprendida (en lo que sigue N) entre 0 y 10. Para ser más precisos sean N1 y N2 las notas obtenidas en cada uno de los dos “parciales” en que la asignatura se divide. Entonces se tiene:
 - $N1 = \text{Nota}(PC1) \times 0'1 + \text{Nota}(PC2) \times 0'1 + \text{Nota}(PEP1) \times 0'8$
 - $N2 = \text{Nota}(PC3) \times 0'1 + \text{Nota}(PC4) \times 0'1 + \text{Nota}(PEP2) \times 0'8$
 - $N = N1 \times 0'5 + N2 \times 0'5$.
- Si esta la nota N es superior o igual a 5 y las notas N1 y N2 son mayores o iguales a 3'5, el alumno aprobará la asignatura con esa calificación N. En caso contrario, la nota final será el valor mínimo entre N y 4'5.
- La segunda de las pruebas parciales escritas, PEP2, tendrá lugar el día del examen final.
- Aquellos alumnos que no obtuvieran la nota mínima de 3'5 en la primera parte de la asignatura (véase observación 2), tendrán la oportunidad de repetir la prueba PEP1 en la PEF. En tal caso, la nota correspondiente a la PEP1 será el máximo de las dos notas obtenidas.
- Aquellos alumnos que no estén satisfechos con su nota correspondiente a la prueba PEP1, podrán repetirla en la PEF. En tal caso la nota correspondiente a la PEP1 será el máximo de las dos notas obtenidas.
- Las pruebas cortas PC1,PC2, PC3 y PC4 no se repiten y sus notas se conservan en la convocatoria ordinaria y extraordinaria (para los alumnos que en esta convocatoria sigan en el modelo de evaluación continua).
- Si el profesor así lo considera, podrá modificar en N1 (o N2) la parte de nota correspondiente a las pruebas cortas por la nota $\text{Máximo}(\text{Nota}(PC1), \text{Nota}(PC2)) \times 0'2$ (o $\text{Máximo}(\text{Nota}(PC3), \text{Nota}(PC4)) \times 0'2$, respectivamente).

CONVOCATORIA ORDINARIA (EVALUACIÓN NO CONTINUA):

Los estudiantes que se acogieron a la evaluación final, tendrán que hacer la totalidad del examen y la calificación final será la obtenida en el examen final.

TABLA-2				
Competencia	Resultado Aprendizaje	Criterio de Evaluación	Instrumento de Evaluación	Peso en la calificación
TR2, TR3, TR4 TR9, CB1	RAM1, RAM2, RAM3, RAM4, RAM5, RAM6, RAM7	CE1, CE2, CE3	PEF	100

CONVOCATORIA EXTRAORDINARIA:

El esquema y criterios serán como arriba (véase tablas 1 y 2)

OBSERVACIONES FINALES

- Si un alumno no se presenta al examen final de la convocatoria ordinaria (o extraordinaria) se considerará como no presentado a la asignatura.
- Sólo en el caso de los alumnos que hayan sido evaluados por el proceso de evaluación continua, y sólo durante el correspondiente curso académico, se mantendrán las calificaciones parciales (N1 o N2) superiores o iguales a 3,5 para el examen extraordinario.
- Un alumno podrá renunciar a sus calificaciones de evaluación continua (pruebas cortas y pruebas escritas PEP1 y PEP2), a las que hace mención la observación anterior, y realizar el examen extraordinario según el modelo de evaluación no continua, obteniendo como calificación final la nota del examen extraordinario. Para ello, deberá comunicárselo por escrito al profesor de la asignatura con anterioridad al comienzo de dicho examen.

6. BIBLIOGRAFÍA

6.1. Bibliografía básica

- De Burgos, Algebra Lineal. Ed. MacGraw-Hill.
- Grossmann, Algebra Lineal con Ed. MacGraw-Hill.
- Hernández Algebra y Geometría. Ed. Addison-Wesley (1994).
- Lipschutz, Algebra Lineal. Colección Schaum, Ed. McGraw-Hill.
- Hirsch W., Smale S. Ecuaciones diferenciales, sistemas dinámicos y álgebra lineal. Alianza (1983).
- Ayres Ecuaciones diferenciales Schaum McGraw-Hill (1991).
- Simmons F. "Ecuaciones diferenciales (con aplicaciones y notas históricas)", 2ª edición. Ed. McGraw-Hill, 1993.

6.2. Bibliografía complementaria

- De la Villa, Problemas de Algebra. Ed. ICAI CLAGSA.
- GARCIA A. Ecuaciones diferenciales ordinarias (teoría y problemas). Ed. ICAI.

Aspectos computacionales

- Roanes: Cálculos Matemáticos por ordenador con Maple V.5. Rubiños, 1999.
- Ross C.C. *Differential Equations: An Introduction with Mathematica*. Springer Verlag (1995).
- Sendra J.R., Pérez S., Sendra J., Villariño C., Introducción a la Computación Simbólica y Facilidades Segunda Edición. Editorial Ra-Ma, 2012.

NOTA INFORMATIVA

La Universidad de Alcalá garantiza a sus estudiantes que, si por exigencias sanitarias las autoridades competentes impidieran la presencialidad total o parcial de la actividad docente, los planes docentes alcanzarían sus objetivos a través de una metodología de enseñanza-aprendizaje y evaluación en formato online, que retornaría a la modalidad presencial en cuanto cesaran dichos impedimentos.